



آزمون جامع مرحله اول - پایه دوازدهم

دوازدهم ریاضی کلاس ۱

۱۴۰۴/۰۸/۰۹

۱	فارسی
۲	ریاضیات
۳	فیزیک
۴	شیمی

۱۰ سؤال
۳۰ سؤال
۱۰ سؤال
۱۰ سؤال

۶۰ سؤال

فارسی

۱. ۳ مفهوم درست در سایر گزینه‌ها:

- (۱) زهره در شدن: کنایه از ترسناک شدن، ایجاد وحشت و مایهٔ هلاک شدن
(۲) سر به گریبان بردن: کنایه در از اندیشه بودن از روی شرمندگی
(۴) خَلَق: آفریدگار، بسیار خلق‌کننده

۲. ۳ معنای درست سایر واژه‌ها:

- برازندگی: شایستگی، لیاقت
زهی: آفرین
نیلوفری: لاجوردی
ورطه: مهلکه، هلاکت، زمین پست

۳. ۱ در گزینه «۱» املای واژه «هضم» نادرست است.

هضم ← حزم (دوراندیشی)

نکته

واژه‌های هم‌آوای به کار رفته در سؤال:

- هضم: گوارش / حزم: دوراندیشی
- غالب: چیره / قالب: کالبد، شکل
- صواب: درست / ثواب: پاداش اخروی

۴. ۳

- مفهوم سایر گزینه‌ها به ترتیب: مایه فخر و افتخار گل و صحرا هستیم.
- گوشه‌گیری اختیار کند.
- توجّه و تأمل کرد.

۵. ۴ شاهنامهٔ فردوسی نمونه‌ای از ادبیات حماسی است.

۶. ۲ گرفته بود: ماضی بعید / می‌شد: ماضی استمراری / گفت: ماضی

ساده / می‌بینی: مضارع اخباری / ببینم: مضارع التزامی

۷. ۴ عبارت به «امیدواری» سفارش می‌کند و نقطهٔ مقابل است

«نامیدی» است که در گزینه «۴» به «نامیدی» و در دیگر گزینه‌ها

به «امیدواری» اشاره شده است.

۸. ۴ معنی درست واژه در سایر گزینه‌ها:

- (۱) نادره: بی‌همتا، شگفت‌آور
(۲) مولع: بسیار مشتاق، آزمند
(۳) غبطه: رشک بردن: حال و روز کسی را آرزو داشتن

۹. ۴ بررسی گزینه‌ها:

- گزینه «۱»: شاعر علت سرخی انگشتان یار را رنگ کردن آن با خون عاشقان می‌داند.
گزینه «۲»: علت زود پژمرده شدن گل‌ها یادآوری این نکته است که دوران باقی ماندن زیبایی کوتاه است.
گزینه «۳»: علت سرازیر شدن آب را شرمساری از لطف خسرو می‌داند.
گزینه «۴»: در حریم عشق باید سکوت کرد و در آنجا همهٔ اعضای بدن باید چشم و گوش باشد.

۱۰. ۳

پدائید

اگر «بهترین» یا کلماتی که با «ترین» همراهند، کسره بگیرند، دیگر وابستهٔ پیشین محسوب نمی‌شوند.

بهترین وسایل (هسته + وابسته)

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: «مانند» حرف اضافه است و نمی‌تواند هسته باشد.

نکته

واژه‌هایی مثل «مانند، چون» در آرایه ادات تشبیه هستند، اما در دستور حرف اضافه‌اند.

گزینه «۲»: «نزد» حرف اضافه است.

گزینه «۴»: «به روی» حرف اضافه است.

ریاضیات

۱.۱

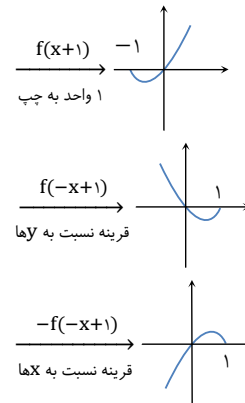
$$A \in \Rightarrow (x = 3 \Rightarrow y = 2) \Rightarrow 2 = f(2) + 1$$

$$\Rightarrow f(2) = 1$$

$$y = 2f\left(\frac{x}{2}\right) \xrightarrow{x=4} y = 2f(2) = 2 \Rightarrow (4, 2) \in \text{تابع جدید}$$



۱.۲



۱.۳

۱ اعمال مشخص شده را روی تابع f به ترتیب انجام می‌دهیم.

$$\begin{array}{ccc} \text{نسبت به محور } y & \text{واحد به سمت راست می‌بریم.} & \\ \xrightarrow{\quad} \sqrt{-x} + 1 & \xrightarrow{\quad} \sqrt{-(x-2)} + 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{واحد به سمت چپ می‌بریم.} & \text{با ضرب ۲ در جهت محور } y & \\ \xrightarrow{\quad} \sqrt{-(x-2)} & \xrightarrow{\quad} 2\sqrt{-x+2} & \end{array}$$

این دو تابع را مساوی هم قرار می‌دهیم:

$$\sqrt{x} + 1 = 2\sqrt{-x+2}$$

$$\xrightarrow{\text{به توان ۲ می‌رسانیم.}} x + 1 + 2\sqrt{x} = 4(-x+2)$$

$$2\sqrt{x} = -4x + 8 - x - 1 \rightarrow 2\sqrt{x} = -5x + 7$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم.}} 4x = 25x^2 - 70x + 49$$

$$\rightarrow 25x^2 - 74x + 49 = 0$$

$$\Rightarrow (25x - 49)(x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{49}{25} \end{cases} \text{ غرق}$$

۱.۴

میدانید

باقی‌مانده تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $ax + b$ برابر با $f\left(\frac{-b}{a}\right)$ است.

$$2x + 4 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow f(-2) = 9$$

$$\Rightarrow 3(-2)^2 + a(-2) + b = 9 \Rightarrow -2a + b = -3 \quad (I)$$

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = 0$$

$$\Rightarrow 3(1)^2 + a(1) + b = 0 \Rightarrow a + b = -3 \quad (II)$$

$$(I), (II) : \begin{cases} -2a + b = -3 \\ a + b = -3 \end{cases} \Rightarrow a = 0, b = -3$$

$$\Rightarrow a + 2b = -6$$



۱.۵

$$f(1) = g(1) \Rightarrow 4 = 1 + a + b \Rightarrow a + b = 3$$

$$g(-1) = 0 \Rightarrow 1 - a + b = 0 \Rightarrow -a + b = -1$$

$$\Rightarrow a = 2, b = 1 \Rightarrow 2a + b = 5$$

۲ گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم.

$$\text{گزینه «۱» : } x^2 + x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow f(0) = -1 \\ x = -1 \Rightarrow f(-1) = -2 \end{cases}$$

$$\text{گزینه «۲» : } x^2 + x - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -x + 1$$

به جای x^2 ، $-x + 1$ قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} (x^2)^2 + x^2 \times x + x - 1 &= (-x+1)^2 + (-x+1) \times x + x - 1 \\ &= x^2 - 2x + 1 - x^2 + x + x - 1 = 0 \quad \checkmark \end{aligned}$$

$$\text{گزینه «۳» : } x^2 + x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -x - 1$$

به جای x^2 ، $-x - 1$ قرار می‌دهیم.

$$\begin{aligned} (x^2)^2 + x^2 \times x + x - 1 &= (-x-1)^2 + (-x-1) \times x + x - 1 \\ &= x^2 + 2x + 1 - x^2 - x + x - 1 = 2x \end{aligned}$$

$$\text{گزینه «۴» : } x^2 - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow f(1) = 2 \\ x = -1 \Rightarrow f(-1) = -2 \end{cases}$$

۱.۷

میدانید

اگر تابع f اکیداً نزولی باشد، آنگاه:

$$f(x_1) < f(x_2) \Rightarrow x_1 > x_2$$

در دامنه تابع رادیکالی، باید زیر رادیکال بزرگ‌تر یا مساوی صفر باشد.

$$f(x^2) - f(2x+3) \geq 0 \Rightarrow f(x^2) \geq f(2x+3)$$

تابع f اکیداً نزولی است، پس:

$$x^2 \leq 2x+3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-3)(x+1) \leq 0 \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$$





۴.۳

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & a \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a+1 & b \\ 1 & c \\ 1 & b \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2a+3 & b+2c+ab \\ a-1 & -c \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a+3 = -c \\ b+2c+ab = 0 \\ a-1 = 0 \end{cases} \Rightarrow a=1, b=5, c=-5$$

$$\Rightarrow a+b+c=1$$

۴.۲ برای محاسبه، ابتدا ستون ۱ از ماتریس BC را محاسبه کرده و سپس سطر ۲ از ماتریس A را در آن ضرب می‌کنیم.

$$BC = \begin{bmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}_{2 \times 2}$$

$$ABC = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 9 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

دقت کنید که محاسبه درایه‌هایی که دور آن‌ها خط کشیده شده است، برای رسیدن به جواب کافی است.

۴.۵ ابتدا $A(\Delta A - 3I)$ را محاسبه کرده و با توجه به شرط $A^T = A$ ساده می‌کنیم

$$A(\Delta A - 3I) = \Delta A^T - 3A = \Delta(A) - 3A = 2A$$

$$A(\Delta A - 3I)^T = (A(\Delta A - 3I))(\Delta A - 3I) = 2A(\Delta A - 3I) = 2(2A) = 4A$$

سپس توان‌های بالاتر را محاسبه می‌کنیم:

$$\dots \Rightarrow A(\Delta A - 3I)^{10} = 2^{10}A$$

۴.۶ A ماتریسی با ۲ سطر و ۳ ستون است.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix}$$

در سطر دوم از ماتریس A درایه‌های a_{21} و a_{22} و a_{23} قرار دارند.

$$a_{21} = 2^2 - 1$$

$$a_{22} = 2 - 2(2)$$

$$a_{23} = 2 - 2(3)$$

$$\Rightarrow a_{21} + a_{22} + a_{23} = 3 + (-2) + (-4) = -3$$

۴.۷ چون A ماتریسی 3×3 و C ماتریسی 3×1 است، پس B

ماتریسی 3×1 خواهد بود:

$$\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3x+y+z \\ 2x+3y-2z \\ -x+5y+5z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} 3x+y+z &= 2 \\ 2x+3y-2z &= 3 \\ -x+5y+5z &= -1 \end{aligned} \xrightarrow{(+)} \begin{aligned} 4x+4y+4z &= 4 \\ -x+5y+5z &= -1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x+y+z=1$$

۱۸. ۲ ابتدا تابع را ساده می‌کنیم:

$$y = \sin^3 x \cos^3 x = \frac{1}{4} \sin^6 x$$

میدانید

$$T = \frac{2\pi}{|a|} \text{ sinax برابر است با}$$

$$\Rightarrow \text{دوره تناوب} = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

۱۹. ۱ دوره تناوب $\sin x$ برابر 2π است و می‌دانیم دوره تناوب فقط به ضریب x بستگی دارد، که نمودار را در راستای محور x ‌ها منبسط یا منقبض می‌کند. داریم:

$$T = \frac{2\pi}{\frac{2}{3}} = 3\pi$$

نکته

$$f(x) = \sin(ax) \Rightarrow T = \frac{2\pi}{|a|}$$

۲۰. ۲ ابتدا ضابطه تابع را می‌نویسیم:

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & x \geq 1 \\ 1 & x \leq 1 \end{cases}$$

در قسمت $x \geq 1$ تابع اکیداً صعودی است و وارون آن را محاسبه می‌کنیم:

$$y = 2x - 1 \quad x \geq 1 \Rightarrow y \geq 1$$

$$x = \frac{y+1}{2} \Rightarrow y^{-1} = \frac{x+1}{2}$$

برد تابع را به عنوان دامنه وارون می‌نویسیم. بنابراین:

$$f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2} \quad x \geq 1$$

۲۱. ۲

$$(A+B)^T = (A+B)(A+B) = A^T + AB + BA + B^T = I$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} + AB + BA + \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = I$$

$$\Rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & -3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$



۲۲. ۴

$$A = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 \\ 0 & -\sin \alpha \end{bmatrix} \Rightarrow A^n = \begin{bmatrix} \cos^n \alpha & 0 \\ 0 & (-\sin \alpha)^n \end{bmatrix}$$

$$A^\Delta \text{ مجموع درایه‌های } = \cos^\Delta \alpha - \sin^\Delta \alpha$$

۲۸. ۳

یادآوری: برای محاسبه وارون یک ماتریس ابتدا دترمینان آن را محاسبه می‌کنیم. اگر دترمینان مخالف صفر باشد کافی است جای عناصر قطر اصلی را با هم عوض کرده و عناصر قطر فرعی را قرینه کنیم و در نهایت همه درایه‌ها را به دترمینان تقسیم کنیم.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |A| = 2 \times 1 - 3 \times (-3) = 11$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{11} \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{جمع درایه‌ها} = \frac{1-3+3+2}{11} = \frac{3}{11}$$

۲۹. ۲ ابتدا حاصل ضرب دو ماتریس را حساب کرده سپس دترمینان ماتریس حاصل را تعیین می‌کنیم:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m & 2 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m+3 & 4 \\ m+1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|AB| = (m+3) \times 1 - (m+1) \times 4$$

$$= -3m - 1 = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

۳۰. ۱ اگر فرض کنیم $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آنگاه دترمینان A به صورت $ad - bc$ است. برای کمینه کردن دترمینان باید بخش ad را کمینه و بخش bc را بیشینه کنیم. چون تمامی درایه‌ها نامنفی است کمینه ad برابر صفر و بیشینه bc در حالی رخ می‌دهد که b و c بزرگ‌ترین مقادیر ممکن یعنی ۲ و ۴ باشند پس کمترین مقدار دترمینان A برابر -8 است در نتیجه:

$$|4A^{-1}| = 4^2 \times \frac{1}{|A|} = -2$$

۳۱. ۴ گزینه «۱»: این گزاره در حالت کلی درست نیست، ولی در مجموعه اعداد طبیعی برقرار است. زیرا اگر x عددی طبیعی باشد، $[x] = x$ خواهد بود. پس این گزاره، در مجموعه اعداد طبیعی، مثال نقض ندارد.

گزینه «۲»: به ازای $n = 1, 2, 4, 8$ ، $2^n + 1$ عددی اول است، پس این گزاره، چهار مثال نقض طبیعی یک‌رقمی دارد.

گزینه «۳»: این گزاره در حالت کلی درست نیست، ولی اگر x طبیعی باشد، $x\sqrt{2} + 1$ گنگ و در نتیجه $x\sqrt{2} + 1$ گنگ است، یعنی این گزاره در اعداد طبیعی مثال نقض ندارد.

گزینه «۴»: به ازای $n = 3, 5, 7, 8, 9$ ، $n^2 + 1$ عددی اول نیست، پس این گزاره، پنج مثال نقض طبیعی یک‌رقمی دارد.

۳۲. ۲ مثال نقض گزاره باید در دو شرط زیر صدق کند:

(۱) حاصل جمع ارقام آن عدد بر ۷ بخش‌پذیر باشد.

(۲) آن عدد بر ۷ بخش‌پذیر باشد.

حاصل جمع ارقام عدد ۱۴ بر ۷ بخش‌پذیر نیست و اعداد ۵۲۷ و ۱۴۷۲ بر ۷ بخش‌پذیر نیستند؛ ولی عدد ۷۷ در هر دو شرط فوق صدق می‌کند.

۳۳. ۳ به روش اشیاع، گزاره را اثبات می‌کنیم:

$$17n^2 - 47n + 2 = 17n(n-3) + 4n + 2$$

$$n = 2k \Rightarrow 17(2k)(2k-3) + 4(2k) + 2$$

$$= 2(\underbrace{17k(2k-3) + 4k + 1}_{k'}) = 2k'$$

$$n = 2k + 1 \Rightarrow 17(2k+1)(2k-2) + 4(2k+1) + 2$$

$$= 2(\underbrace{17(2k+1)(k-1) + 2(2k+1) + 1}_{k'}) = 2k'$$



۳۴. ۴ مربع هر عدد فرد به صورت $8k + 1$ است. پس اگر p و m سه عدد فرد باشند، آن‌گاه خواهیم داشت:

$$m^2 + n^2 + p^2 = (8k+1) + (8k'+1) + (8k''+1)$$

$$= 8(\underbrace{k+k'+k''}_q) + 3 = 8q + 3$$

یعنی باقی‌مانده عدد حاصل در تقسیم بر ۸ برابر ۳ است. در میان گزینه‌ها، فقط باقی‌مانده ۹۳۷ بر عدد ۸ برابر ۳ نیست.

۳۵. ۳ گزاره‌های «الف»، «ب» و «پ» درست هستند و مثال نقض گزاره «ت» $n = 5$ می‌باشد.

۳۶. ۱

$$\begin{cases} a = bq + r & 0 \leq r < b \\ q \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$a = 79 + b, r = 15 \Rightarrow 79 + b = bq + 15$$

$$\Rightarrow 64 = b(q-1)$$

$$\Rightarrow b(q-1) = 1 \times 64, 2 \times 32, 4 \times 16, 8 \times 8$$

$$, 64 \times 1, 32 \times 2, 16 \times 4$$

$$\xrightarrow{r < b \Rightarrow 15 < b} \begin{cases} b = 64 \Rightarrow q - 1 = 1 \Rightarrow q = 2 \\ b = 32 \Rightarrow q - 1 = 2 \Rightarrow q = 3 \\ b = 16 \Rightarrow q - 1 = 4 \Rightarrow q = 5 \end{cases}$$

مجموع مقادیر قابل قبول برای q برابر است با: $2 + 3 + 5 = 10$

۳۷. ۱

$$a = 412q + q^3 \xrightarrow{q^3 < 412} q = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

فقط به ازای $q = 5$ ، a مضرب ۵ خواهد بود.



۳۸. ۱ مربع کامل مضرب ۲۷ به صورت $3^4 k^2$ است:

$$999 < 3^4 k^2 \leq 9999 \rightarrow 3 < k \leq 11$$

$$\Rightarrow \text{تعداد} = 11 - 3 = 8$$



فیزیک

۲۹

میدانید

برای اعداد صحیح a و b و m داریم:

$$(a, b) = (a, ma \pm b)$$

$$\begin{aligned} (4n + 3, 3n + 5) &= (4n + 3 - (3n + 5), 3n + 5) \\ &= (n - 2, 3n + 5) = (n - 2, 3n + 5 - 3(n - 2)) \\ &= (n - 2, 11) = 11 \text{ یا } 11 \end{aligned}$$

برای آن که دو عدد نسبت به هم اول نباشند باید هر دو مضرب ۱۱ باشند. در این وضعیت باید $n - 2$ مضرب ۱۱ باشد.

$$n - 2 = 11k \rightarrow n = 11k + 2 \xrightarrow{99 < n \leq 999} k = 9, \dots, 90$$

تعداد اعداد ممکن سه رقمی برابر ۸۲ است.

۴۰

۴۱. در این تست نیازی به تحلیل حرکت دو بعدی نیست و فقط کار

با معادله مکان- زمان مطرح است.

۱- با جایگذاری $t = 2s$ ، محل هر متحرک را در آن لحظه تعیین می‌کنیم.

$$\begin{aligned} \vec{r}_A &= 30t\vec{i} + (-5t^2 + 40t)\vec{j} \xrightarrow{t=2s} \vec{r}_A = 60\vec{i} + 60\vec{j} \\ \vec{r}_B &= 45t\vec{i} + (-5t^2 + 60t)\vec{j} \xrightarrow{t=2s} \vec{r}_B = 90\vec{i} + 100\vec{j} \end{aligned}$$

۲- فاصله دو نقطه روی یک صفحه با توجه به مختصات آن‌ها بسیار ساده محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned} \ell &= \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} \\ &= \sqrt{(90 - 60)^2 + (100 - 60)^2} \\ &= \sqrt{30^2 + 40^2} = 50m \end{aligned}$$

۴۲. چون نمودار سرعت- زمان است، تغییر جهت حرکت در نقاط

تقاطع نمودار با محور زمان که سرعت قبل و بعد از آن تغییر علامت دهد، رخ می‌دهد و با توجه به سهمی بودن شکل نمودار و تقارن ریشه‌ها نسبت به رأس سهمی، ریشه دوم $t = 11s$ است.

۴۳. بررسی تمام گزینه‌ها:

۱- گزینه «۱»: توجه کنید نمودار (x, y) ترسیم شده که در آن مسیر حرکت دیده می‌شود و مسیر حرکت می‌تواند یک دایره یا منحنی باشد.

۲- گزینه «۲»: x برحسب v ترسیم شده و مشکلی ندارد؛ متحرک می‌تواند دو یا چند بار از یک نقطه عبور کند و سرعت آن متفاوت باشد. (یعنی در یک نقطه در دو لحظه، دو سرعت متفاوت داشته باشد).

۳- گزینه «۳»: متحرک نمی‌تواند در یک لحظه دو سرعت داشته باشد (یا به عبارت دیگر v باید نسبت به t یک تابع باشد)، این گزینه نادرست است.

۴- گزینه «۴»: S (تندی)، اندازه v است؛ اگر v مثبت باشد، هم‌اندازه آن و اگر v منفی باشد، قدرمطلق آن است.

$$45a + 84b = 18 \xrightarrow{\div 3} 15a + 28b = 6$$

۱- چون $15a$ و $28b$ هر دو مضرب ۳ هستند پس b مضرب ۳ می‌باشد.

۲- چون $28b$ و $15a$ هر دو مضرب ۲ هستند پس a مضرب ۲ می‌باشد.

۳- اگر a مضرب ۷ باشد چون $28b$ نیز مضرب ۷ است، پس سمت چپ تساوی مضرب ۷ خواهد بود ولی سمت راست تساوی مضرب ۷ نیست: $7 \nmid a$

چون a مضرب ۲ می‌باشد و مضرب ۷ نیست، پس $(a, 14) = 2$ است.

۴- اگر b مضرب ۵ باشد چون $15a$ مضرب ۵ است، پس سمت چپ تساوی مضرب ۵ خواهد بود ولی سمت راست تساوی مضرب ۵ نیست: $5 \nmid b$

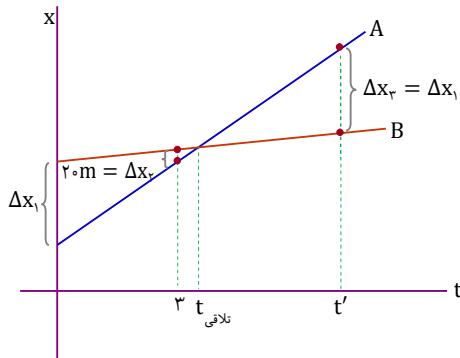
دقت کنید که ممکن است a مضرب ۵ و یا b مضرب ۷ باشد. پس گزینه‌های «۱» و «۲» و «۴» نادرست هستند.



۴۶. ۲. بهترین راه حل این مسئله (که بسیار حل آن را ساده می کند) استفاده از نمودارهای حرکت به جای معادلات است.
۱- محاسبه t تلاقی: به جای لحظه $t = 0$ وضعیت دو متحرک را از $t = 3$ به بعد تا لحظه تلاقی محاسبه می کنیم. کافی است در بازه زمانی $\Delta t = (t_{\text{تلاقی}} - 3)$ متحرک A 20m بیشتر جابه جا شود. (مسافتی به اندازه 20m بیشتر را طی کرده باشد).

$$\Delta x_A = \Delta x_B + 20 \Rightarrow 15\Delta t = 5\Delta t + 20$$

در فاصله $t=3$ تا $t_{\text{تلاقی}}$
 $\Delta t = 2 \Rightarrow t_{\text{تلاقی}} = 5\text{s}$

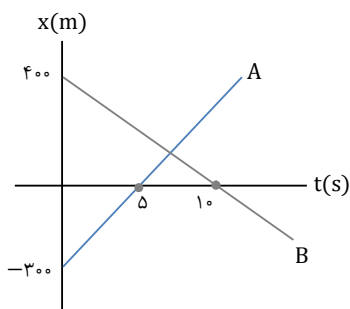


۲- به سادگی مشخص که اگر بخواهیم مجدداً فاصله دو متحرک به اندازه فاصله اولیه آنها باشد (با توجه به برابری مثلث های نشان داده شده روی شکل) باید $10\text{s} = t_{\text{تلاقی}} = 2t'$ باشد، توجه کنید که در تست فاصله t' تا $t_{\text{تلاقی}}$ خواسته شده است.

$$t' - t_{\text{تلاقی}} = 10 - 5 = 5\text{s}$$



۴۷. ۴. ابتدا معادله حرکت دو خودرو را به دست می آوریم:



$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{300}{5} = 60\text{m/s}$$

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-400}{10} = -40\text{m/s}$$

$$\begin{cases} x_A = 60t - 300 \\ x_B = -40t + 400 \end{cases}$$

فاصله دو خودرو باید 300 متر باشد؛ پس داریم:

$$\begin{aligned} |x_B - x_A| = 300 &\Rightarrow \begin{cases} x_B - x_A = 300 \\ x_A - x_B = 300 \end{cases} \\ \Rightarrow \begin{cases} -40t + 400 - 60t + 300 = 300 \Rightarrow t = 4\text{s} \\ 60t - 300 + 40t - 400 = 300 \Rightarrow t = 10\text{s} \end{cases} \end{aligned}$$

۴۸. ۲. ۱- برای ثانیه اول حرکت تندشونده داریم: ($v_0 = 0$)

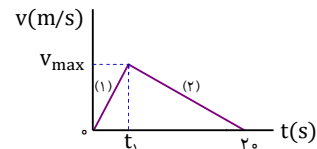
$$\Delta x = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0\text{m/s}}$$

$$3 = \frac{1}{2} a_1 \times 1^2 + 0 \Rightarrow a_1 = +6\text{m/s}^2$$

۲- برای ثانیه آخر حرکت کندشونده که بازه زمانی 19s تا $t = 20\text{s}$ است، خواهیم داشت:

$$\Delta x = -\frac{1}{2} a_2 t^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0\text{m/s}}$$

$$1 = -\frac{1}{2} a_2 \times 1 \Rightarrow a_2 = -2\text{m/s}^2$$



-۳

$$\begin{cases} a_1 = \frac{v_{\text{max}}}{t_1} = 6 \\ a_2 = \frac{-v_{\text{max}}}{20 - t_1} = -2 \end{cases}$$

تقسیم روابط $\xrightarrow{20 - t_1} \frac{20 - t_1}{t_1} = 3 \Rightarrow t_1 = 5\text{s}, v_{\text{max}} = 30\text{m/s}$

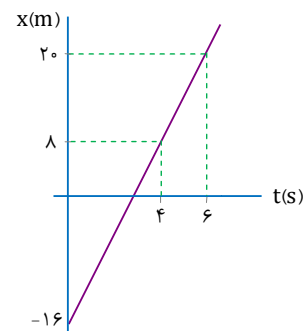
-۴

$$s_{\text{av}} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{S(v-t)}{\Delta t} = \frac{\frac{30 \times 20}{2}}{20} = 15\text{m/s}$$



۴۹. ۳. تنها کافی است معادله خط مشخص شده را بنویسیم:

$$\frac{x-8}{20-8} = \frac{t-4}{6-4} \Rightarrow x = 6t - 16$$





۴۸ ۳

۵۲ ۱

پیدا کنید

فرمول کلی پاک کننده‌های غیرصابونی با زنجیره آلکیل سیر شده را می‌توان به شکل $C_nH_{2n-7}SO_3Na$ نشان داد.

اگر زنجیره آلکیل ۱۵ کربن داشته باشد، پس با ۶ کربن در حلقه بنزنی مجموعاً ۲۱ اتم کربن خواهیم داشت:

$$n = 21 \rightarrow C_{21}H_{35}SO_3Na$$

یا: $C_{15}H_{21} - C_6H_5 - SO_3Na$



۵۳ ۱ تمام جمله‌های داده شده در مورد پاک کننده‌های خورنده درست می‌باشند.

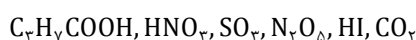
پیدا کنید

برای زدودن رسوب تشکیل شده بر روی دیواره کتری، لوله‌ها و دیگ‌های بخار به پاک کننده‌هایی نیاز است که بتوانند با آنها واکنش شیمیایی بدهند و آنها را به فرآورده‌هایی تبدیل کنند که با آب شسته شوند.

موادی مانند هیدروکلریک اسید (جوهر نمک)، سدیم هیدروکسید (سود سوزآور) و سفیدکننده‌ها از جمله این پاک کننده‌ها هستند.



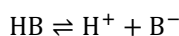
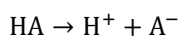
۵۴ ۳



پیدا کنید

NO با وجود این که اکسید نافلزی است، اکسید اسیدی به شمار نمی‌رود.

۵۵ ۲ اگر HA اسید قوی و HB را اسید ضعیف در نظر بگیریم با توجه به معادله یونش هر یک از آنها، ضریب استوکیومتری یون H^+ با یون A^- یا B^- برابر است.



بررسی گزینه‌های نادرست:

گزینه «۱»: اغلب داروها ترکیب‌هایی با خاصیت اسیدی یا بازی هستند در حالی که اغلب میوه‌ها دارای اسیدند و pH آنها کمتر از ۷ است.

گزینه «۳»: در شرایط یکسان (دما و غلظت برابر) اسیدی که درجه یونش بزرگتری داشته باشد، یون H^+ بیشتری تولید کرده و خاصیت اسیدی بیشتری خواهد داشت.

گزینه «۴»: $NaCl(s)$ ماده الکترولیت و $NaCl(aq)$ محلول الکترولیت است.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow 24 = \frac{1}{2} \times a \times (4)^2 + 0$$

$$\Rightarrow a = 3m/s^2$$

توجه کنید تغییرات سرعت در مدت یک ثانیه، همان شتاب متوسط است و چون شتاب ثابت است این دو مقدار با هم برابرند.



۴۹ ۲ در این تست مقدار X_0 پارامتری است اضافی:

۱- در بازه مکانی X_1 تا X_2 شتاب را به دست می‌آوریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a(x_2 - x_1) \Rightarrow 4 - 16 = 2a(-6 - (-2))$$

$$\Rightarrow a = \frac{12}{4} = 3m/s^2$$

۲- حالا سرعت در مکان $X = 0$ را به دست می‌آوریم:

$$v_1^2 - v^2 = 2a(x_1 - 0)$$

$$\Rightarrow 16 - v^2 = 2 \times \frac{3}{2} \times (-2 - 0) \Rightarrow v^2 = 22$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{22}m/s$$

۵۰ ۱ ۱- فاصله متحرک اول و دوم از هم:

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{1}{2}at^2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{2}a(t-1)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{1,2} = x_1 - x_2 = at - 0.5a = 28m$$

-۲

$$\begin{cases} \Delta x_{1,2} = at - 0.5a = 28m \\ x_2 = \frac{1}{2}a(t-2)^2 = 16m \end{cases} \Rightarrow \frac{t-0.5}{0.5t^2-2t+2} = \frac{28}{16}$$

$$\Rightarrow t = 4s$$



شیمی

۵۱ ۲

اوره $CO(NH_2)_2$ و اتیلن گلیکول CH_2OHCH_2OH

می‌توانند با مولکول‌های آب پیوند هیدروژنی تشکیل داده و به خوبی در آب حل شوند. هگزان، روغن زیتون و وازلین در آب حل نمی‌شوند. نمک خوراکی با پیوند یون-دوقطبی در آب حل می‌شود.



۵۸ ۱

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-11/3} = 10^{-12} \times 10^{-7/3}$$

$$\approx 5 \times 10^{-12} \text{ mol. L}^{-1}$$

$$[H^+][OH^-] = 10^{-14}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{5 \times 10^{-12}} = 2 \times 10^{-3} \text{ mol. L}^{-1}$$

در آب خالص و در دمای اتاق غلظت یون هیدرونیوم با یون هیدروکسید برابر و مساوی 10^{-7} مول بر لیتر است:

$$\frac{2 \times 10^{-3}}{1 \times 10^{-7}} = 2 \times 10^4$$

۵۹ ۱ مواد موردنظر صورت سوال باز ضعیف است که در بین مواد ذکر شده فقط آمونیاک و متیل آمین باز ضعیف هستند.

۶۰ ۳ دیواره داخلی معده به طور طبیعی مقدار کمی از یونهای هیدرونیوم موجود در شیر معده را دوباره جذب می کند که این جذب سبب نابودی سلولهای سازنده دیواره معده می شود. بررسی گزینه های درست:

گزینه «۱»: برخی از پاک کننده های خورنده مانند محلول هیدروکلریک اسید خاصیت اسیدی داشته و با آلاینده هایی که خاصیت بازی دارند واکنش داده و باعث زدودن آنها می شوند و برخی دیگر مانند محلول سدیم هیدروکسید خاصیت بازی داشته و با آلاینده های اسیدی واکنش می دهند.

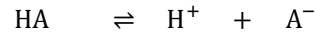
گزینه «۲»: در واکنش $HCl(aq)$ و $NaOH(aq)$ ، یونهای $Cl^-(aq)$ و $Na^+(aq)$ بدون تغییر و دست نخورده باقی می مانند.

گزینه «۴»: در مخرج کسر عبارت ثابت یونش و درجه یونش به ترتیب غلظت تعادلی اسید و غلظت اولیه اسید نوشته می شود.

۵۶ ۳ جمله اول درست است. نمودار، یونش یک اسید ضعیف را نشان می دهد که HCN هم از جمله آنها می باشد.

جمله دوم درست است. در اسیدهای ضعیف $\alpha < 1$ و درصد آن کمتر از ۱۰۰ خواهد بود.

جمله سوم نادرست است. مقدار غلظت تعادلی HA برابر 0.098 مول بر لیتر خواهد بود:



غلظت قبل یونش: 0.1 0 0

غلظت بعد یونش: $0.1 - 0.002$ 0.002 0.002

جمله چهارم درست است. همه اسیدهای ضعیف الکترولیت ضعیف می باشند.



۵۷ ۴ ابتدا جرم های داده شده را به مول تبدیل می کنیم:

$$x \text{ mol } NH_3 = \frac{1/7}{17} = 0.1 \text{ mol}$$

$$x \text{ mol } N_2 = \frac{1/4}{28} = 0.5 \text{ mol}$$

$$x \text{ mol } H_2 = \frac{1/2}{2} = 1 \text{ mol}$$

$$K = \frac{(\frac{1}{5})^2}{(\frac{2}{5})(\frac{1}{5})^3} = 0.0625 = 6/25 \times 10^{-2}$$